

2022/11/10
第69回海岸工学講演会 第2会場

浸水分布のモード分解による 確率論的津波浸水評価の効率化

福谷 陽¹・安田 誠宏²・山中亮一³

¹ 関東学院大学理工学部土木学系

² 関西大学環境都市工学部都市システム工学科

³ 徳島大学環境防災研究センター

- 建造物の設計（例えば、レベル1に対応する防潮堤設計）や、原子力・損害保険分野における災害リスク評価等のためには、最大クラスの高ザード評価だけではなく、各種不確実性を考慮した確率論的津波高ザード評価(PTHA)を実施することが重要
- 陸域の津波高ザード（浸水深や流速）の考え得る頻度分布を計算するには、多大な計算負荷がかかる。

【確率論的津波高ザード評価の既往研究例】

- 多数の津波計算（土木学会(2002), Løvholt et al. (2012) etc.)
- ロジックツリーアプローチ（Annaka et al. (2006), 土木学会(2011, 2016), 杉野ら(2014)、Fukutani et al. (2015)、地震調査研究推進本部(2020) etc.)
- ランダムフェーズモデル(Goda et al. (2014), 安田ら (2016) , Miyashita et al. (2020))
- KL展開法（LeVeque et al. (2016), Sepulveda et al. (2017) etc.)

 **何れも、数百～数千ケース程度の地震断層を想定するため、多大な計算負荷が掛かる**

※想定断層、潮位、陸域の各種建造物などの状況が変化すれば、再計算する必要がある可能性もある

津波浸水深の不確定性に特に大きな影響を及ぼす、**波源の滑り分布のランダム性と津波襲来時の防潮堤高さの不確定性**を考慮し、確率論的津波浸水評価を効率化する手法を提案することを目的とした。

1. **ランダムな津波波源の滑り分布 (Goda et al., 2016) の計算数を、浸水分布のモード分解の結果を考慮して、削減する。**
2. **削減した津波波源の滑り分布を用いて浸水計算し、防潮堤高さの不確定性を考慮した確率論的浸水評価を実施する。**

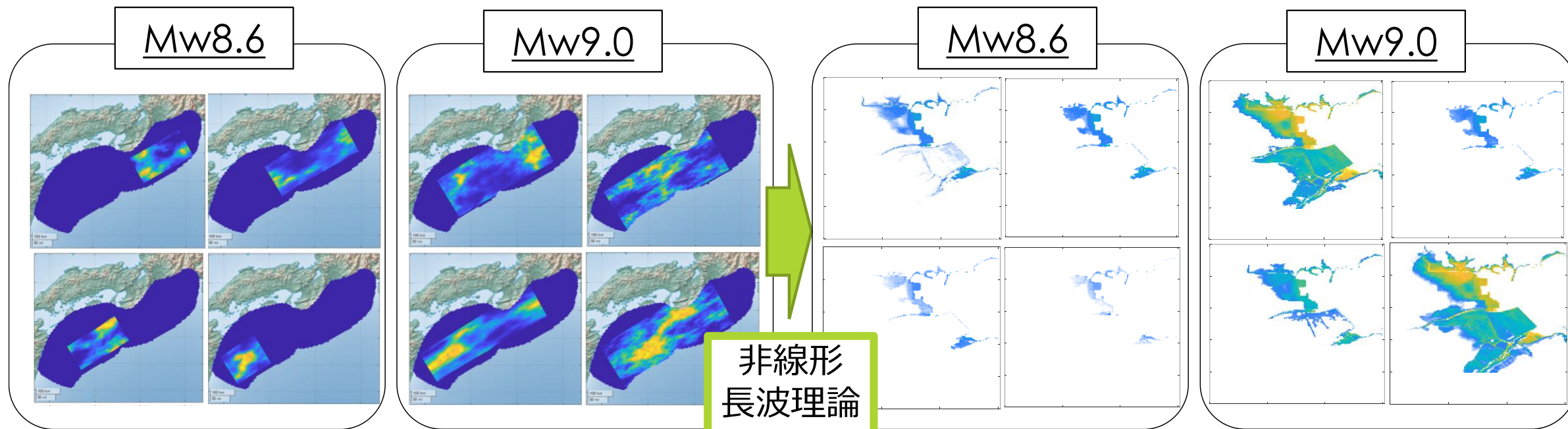
津波浸水深の不確定性に特に大きな影響を及ぼす、**波源の滑り分布のランダム性**と**津波襲来時の防潮堤高さの不確定性**を考慮し、確率論的津波浸水評価を効率化する手法を提案することを目的とした。

1. **ランダムな津波波源の滑り分布 (Goda et al., 2016) の計算数を、浸水分布のモード分解の結果を考慮して、削減する。**
2. **削減した津波波源の滑り分布を用いて浸水計算し、防潮堤高さの不確定性を考慮した確率論的浸水評価を実施する。**

ランダムな津波波源を用いた浸水計算

5

- 南海トラフ巨大地震断層の滑り分布をランダムに配置した津波波源 (Goda et al., 2016)
- モーメントマグニチュード9.0, 8.8, 8.6, 8.4, 8.2, 8.0の6ケース, 各100個の断層を生成して, 非線形長波理論により対象地域の浸水深分布を得る.



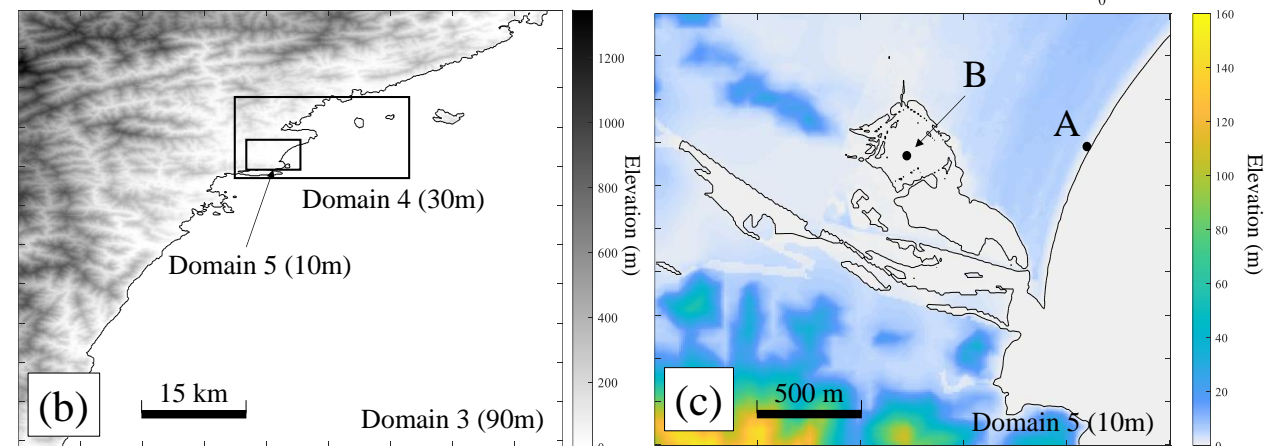
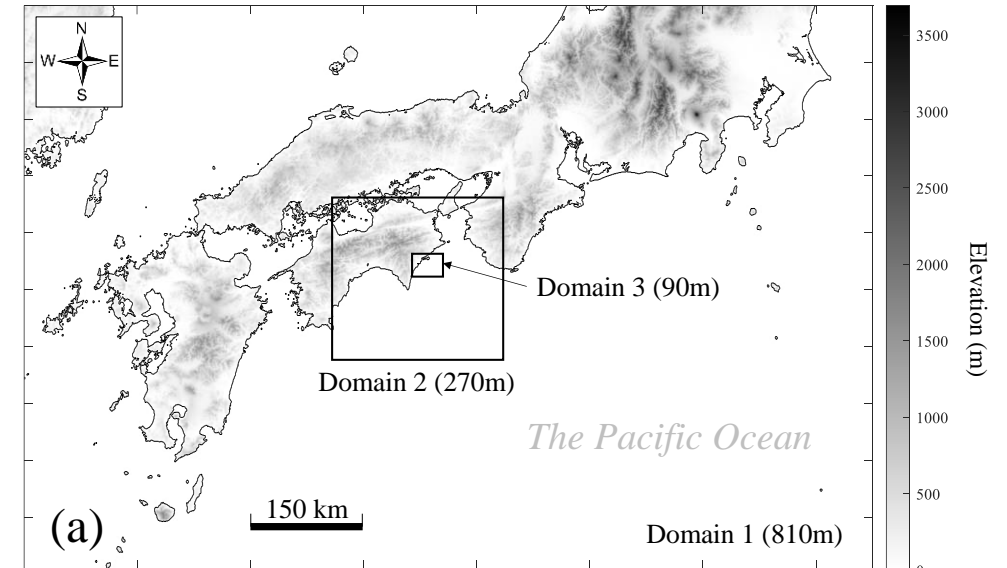
例) 南海トラフ巨大地震の多様なすべり分布
(Goda et al., 2016)

例) 対応する評価対象地域の浸水深分布

非線形長波方程式の計算条件と計算領域

- 断層パラメータから、Okada(1985)の式を用いて津波の初期水位を求め、下記の条件で地震発生から3時間分の津波数値計算を行った。

支配方程式 (東北大学TUNAMI-N2モデル)	<p>2次元非線形長波方程式</p> $\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0$ $\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{M^2}{D} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{MN}{D} \right] + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{gn^2}{D^{7/3}} M \sqrt{M^2 + N^2} = 0$ $\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{MN}{D} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{N^2}{D} \right] + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{gn^2}{D^{7/3}} N \sqrt{M^2 + N^2} = 0$
数値積分法	Staggered-leap frog法
初期条件	断層パラメータからOkada(1985)の式で評価した初期水位
境界条件	開放条件
座標系	平面直角座標IX系
潮位設定	T.P. +0.92 m (徳島県津波想定設定潮位)
メッシュサイズ ($\Delta x \Delta y$)	270 m \rightarrow 90 m \rightarrow 30 m \rightarrow 10 m



浸水分布の固有モード抽出（特異値分解）

7

- 浸水深の空間分布（行方向）と解析ケース（列方向）のデータ行列 X を作成し標準化

$$\mathbf{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{11} & \cdots & \mathbf{x}_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{x}_{m1} & \cdots & \mathbf{x}_{mn} \end{bmatrix}}_{n\text{次元 (解析ケース数)}} \left. \begin{array}{l} m\text{次元 (空間メッシュ数)} \\ = 200 \times 250 \\ = 50,000 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{標準化}} \mathbf{X}_0 = \frac{\mathbf{X} - \mu_G \mathbf{H}}{\sigma_G}$$

μ_G : 解析ケース（列方向）の平均値
 σ_G : 解析ケース（列方向）の標準偏差

- データ行列 X_0 を特異値分解 (Singular Value Decomposition)して、固有モード抽出

$$\mathbf{X}_0 = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^t$$

左特異ベクトル \mathbf{U}
(分散共分散行列 $\mathbf{X}_0^t \mathbf{X}_0$ の基底)

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} | & & | \\ \mathbf{u}_1 & \cdots & \mathbf{u}_n \\ | & & | \end{bmatrix}$$

特異値

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_n \end{bmatrix}$$

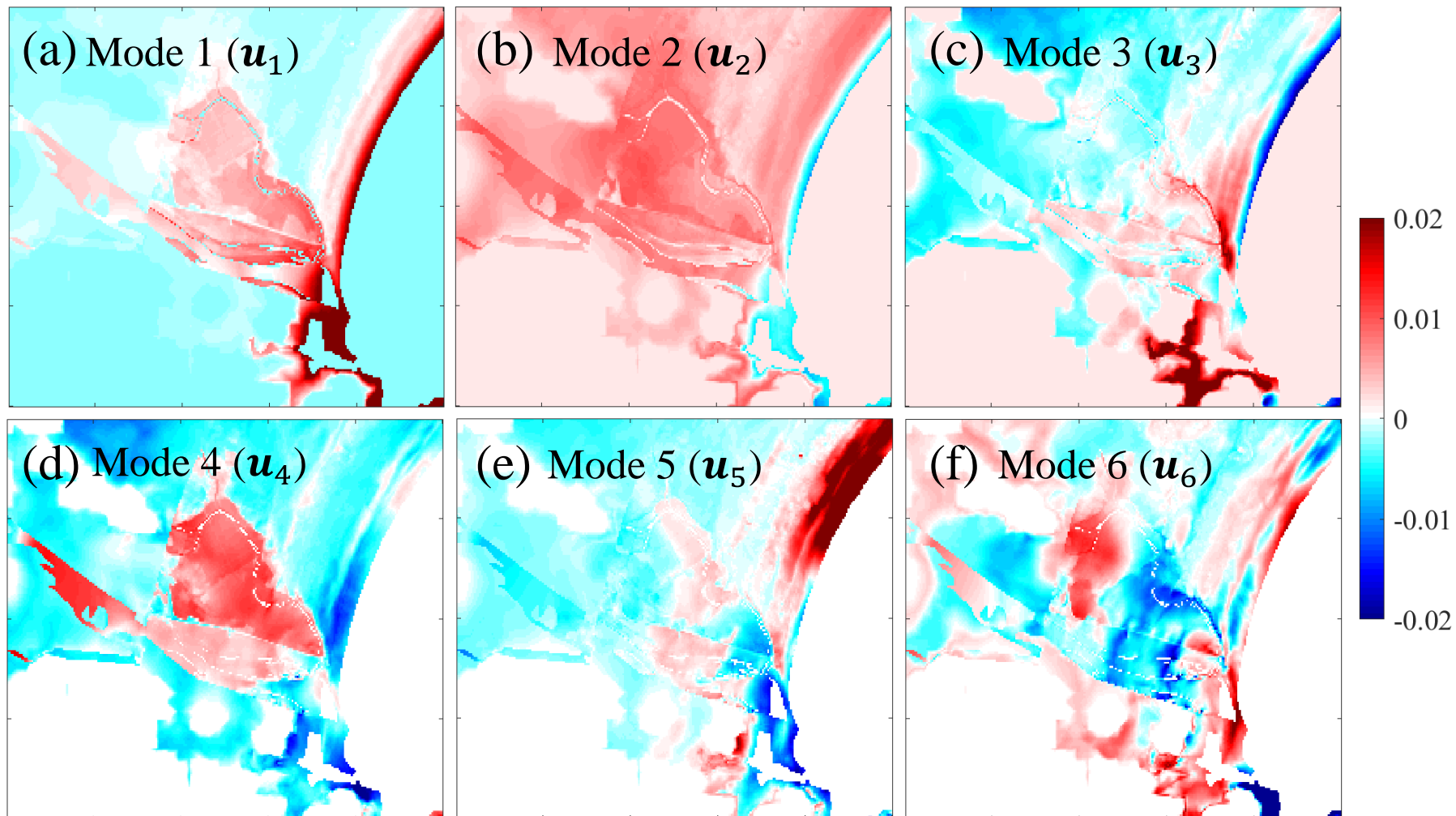
右特異ベクトル \mathbf{V}
(内積 $\mathbf{X} \mathbf{X}^t$ の基底)

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \text{---} & \mathbf{v}_1 & \text{---} \\ & \vdots & \\ \text{---} & \mathbf{v}_n & \text{---} \end{bmatrix}$$

- 分散共分散行列 $\mathbf{X}_0^t \mathbf{X}_0$ との関係から、浸水データのメッシュ間の空間相関に関する情報は、左特異ベクトル \mathbf{U} と特異値 $\mathbf{\Sigma}$ に集約

抽出された固有モード（左特異ベクトル \mathbf{u}_k ）

- 同符号のメッシュ間で正の相関，異符号のメッシュ間で負の相関を表現している。



- \mathbf{X}_0 の右特異ベクトル \mathbf{V} を別のベクトル \mathbf{W} に置き換える操作により、浸水深の空間相関 ($\mathbf{U}\Sigma$) を保持しつつ、新たな多数の津波浸水分布のサンプル \mathbf{Y} を生成可能

$$\mathbf{X}_0 = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^t \xrightarrow{\text{ベクトル置換}} \mathbf{Y}_0 = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{W}^T \xrightarrow{\text{標準化を戻す}} \mathbf{Y} = \mu_G\mathbf{H} + \sigma_G\mathbf{Y}_0$$

- ベクトル \mathbf{W} を、確率場のシミュレーションの効率化を目的として提案された統計的拘束条件法により生成 (Yamazaki and Shinozuka et al., 1990).
- 統計的拘束条件法は、余弦関数の周期性と選点直交性を利用して系統的にサンプリングを行い、少ないサンプル数で所与の分散共分散行列を厳密に満足するように工夫された手法

$$\mathbf{W} = w_{ij} = \sqrt{\frac{2}{N_f}} \sum_{m=1}^{N_f} \cos(\omega_k i + \psi_k) / \sqrt{J} \quad (i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, J)$$

$$N = 4JN_f, \quad \omega_k = \frac{2\pi k}{N} \quad (k = (m-1)J + j)$$

Where N_f = number of cosines to be added, ψ_k = random phase angle uniformly distributed between 0 and 2π , ω_k = the k th circular frequency.

X_0 と Y_0 のメッシュ間の分散共分散行列が等しくなる条件 (能島ら, 2018)

$$\frac{\mathbf{W}^T \mathbf{W}}{S} = \frac{\mathbf{I}}{N}$$

S : 発生させる浸水深分布のサンプル数

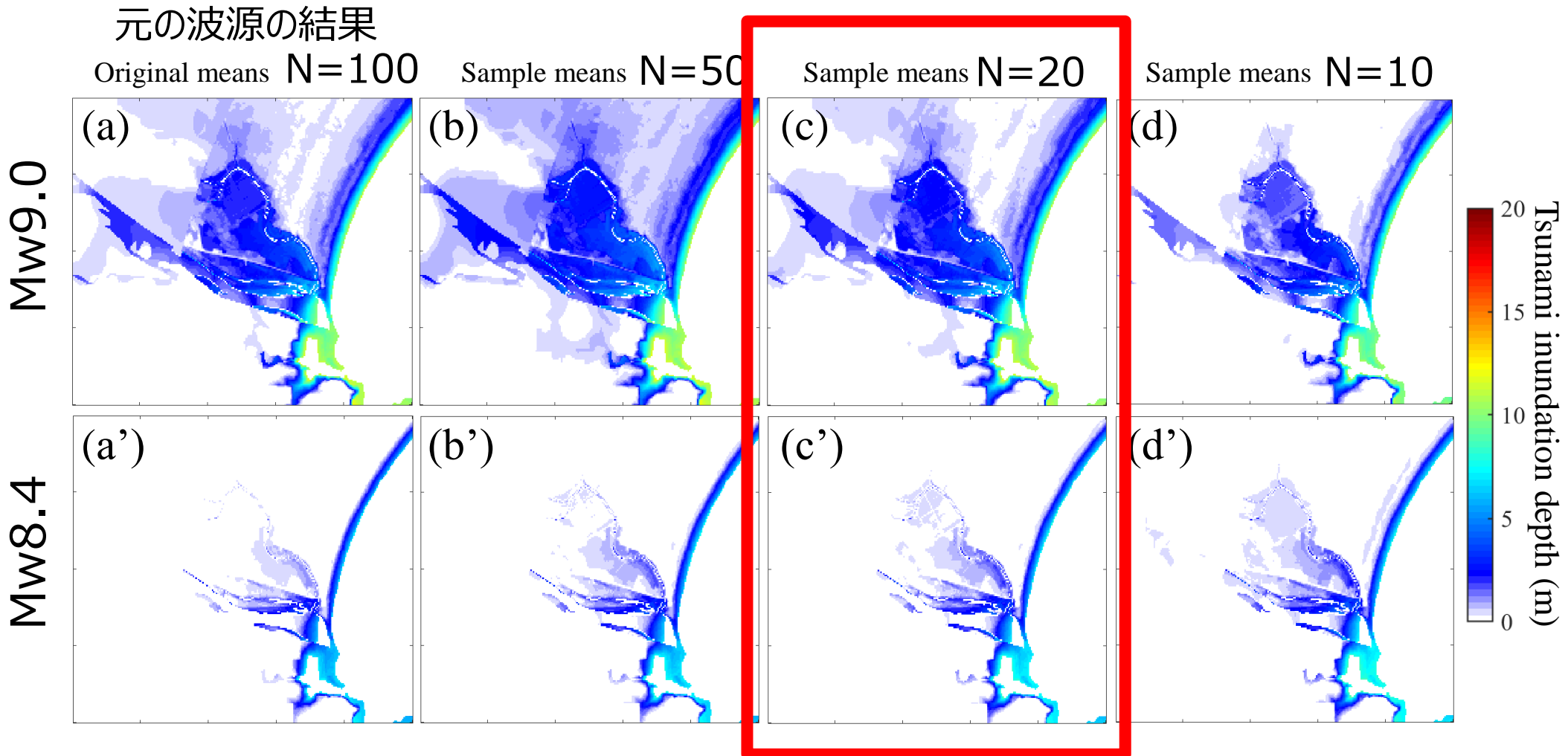
N : 元の浸水深分布の個数

\mathbf{I} : $N \times N$ の単位行列

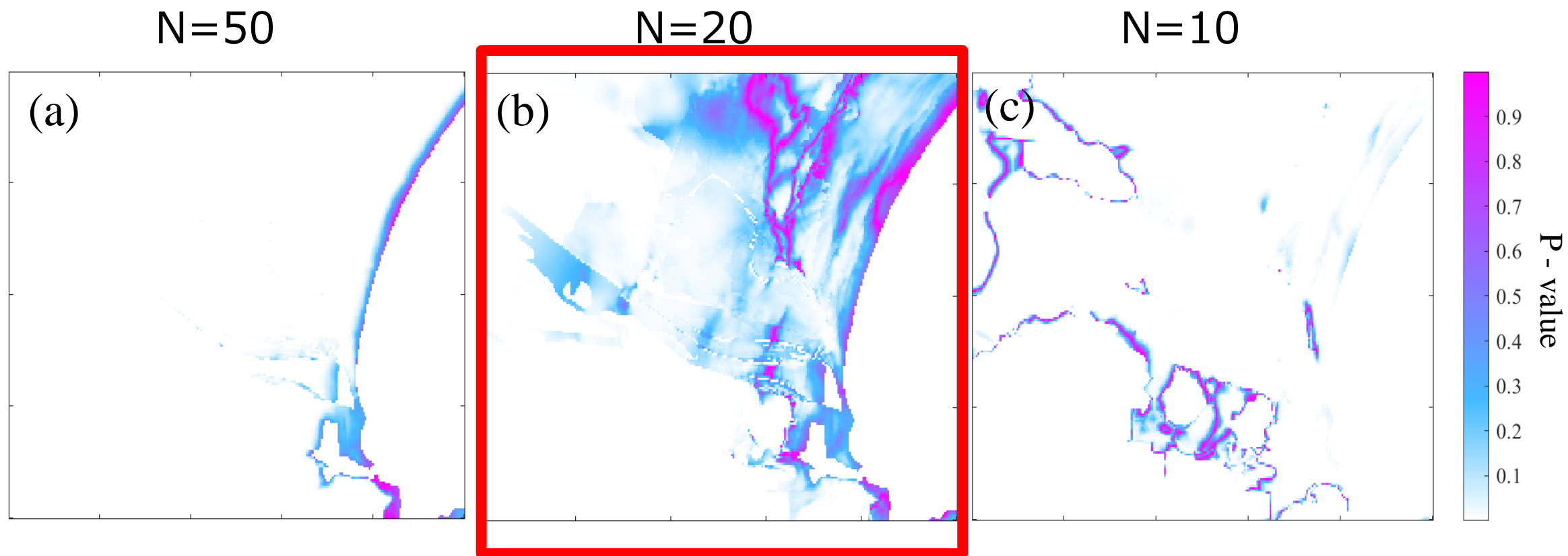
能島暢呂, 久世益充, LE QUANG DUC (2018) シナリオ地震動予測地図の特異値分解によるモード分解と地震動分布のシミュレーション, 日本地震工学会論文集, 第18巻, 第2号

ランダムな波源数を変化させた場合の浸水深の平均値

- 元のランダム波源の数を50個, 20個, 10個と変更して同様な解析を行い、津波浸水分布Y多数生成



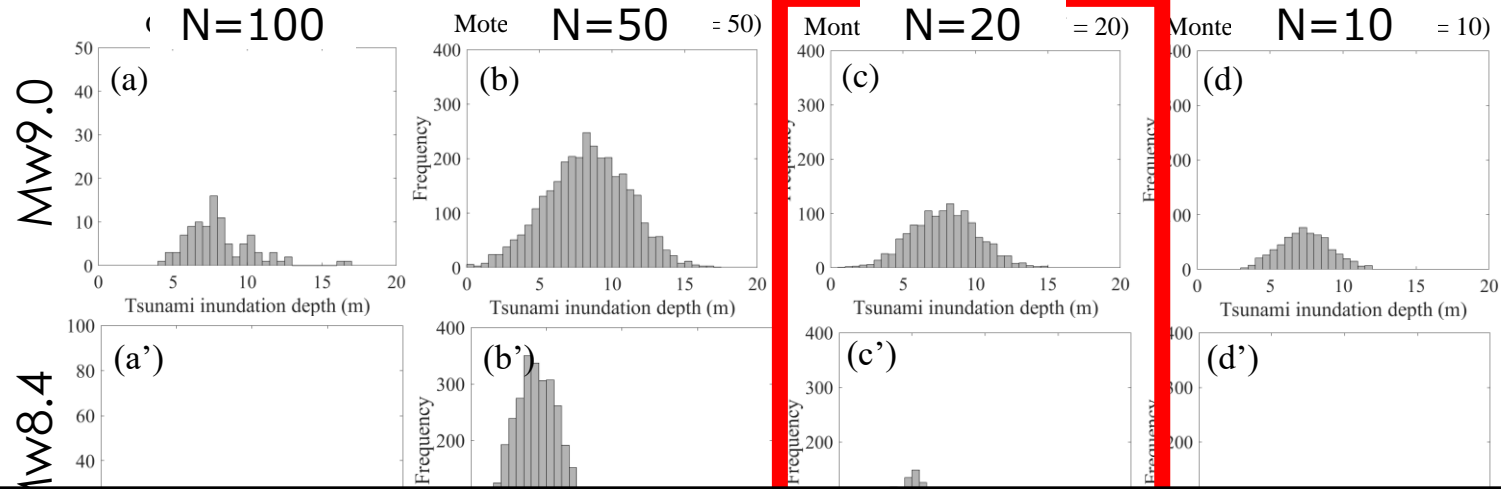
- 元の浸水深との平均値に差が無いとした場合の帰無仮説によるウェルチのt検定の結果（p値）



N = 20 の場合、帰無仮説が棄却できない領域が多い（元の浸水深の平均値との乖離が小さい）

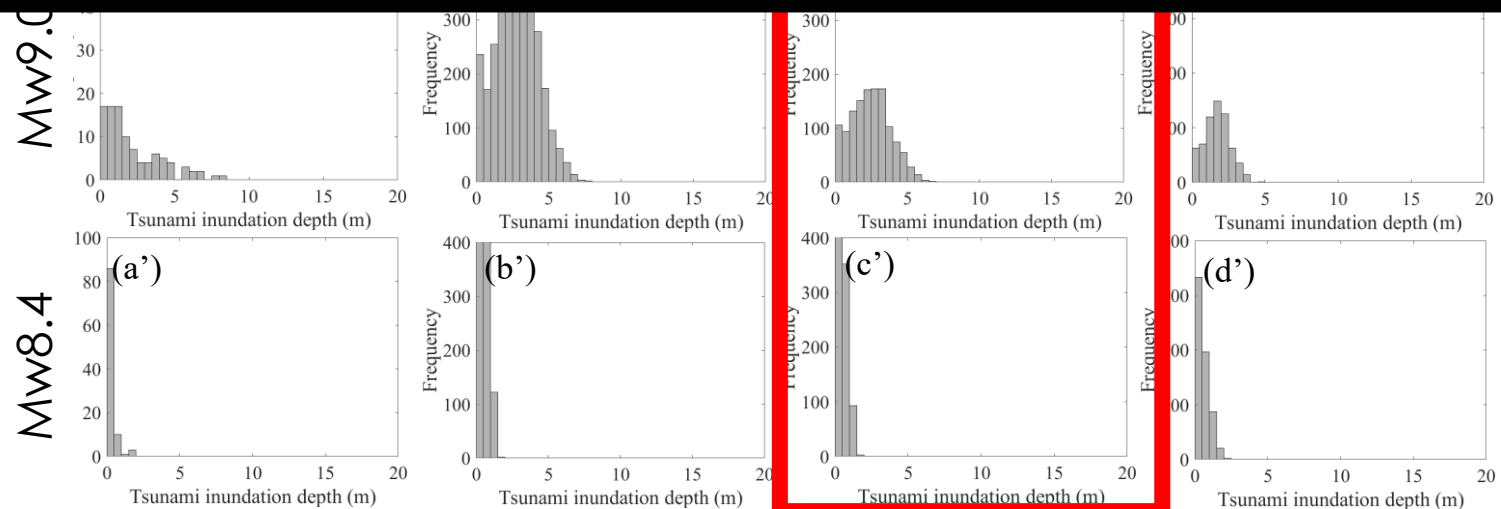
各地点の浸水深の比較

A地点
(沿岸部)



断層数 20 個 (N=20) から得られた浸水深分布の空間相関を評価すれば、元の断層数 100 個の結果を十分再現可能と判断

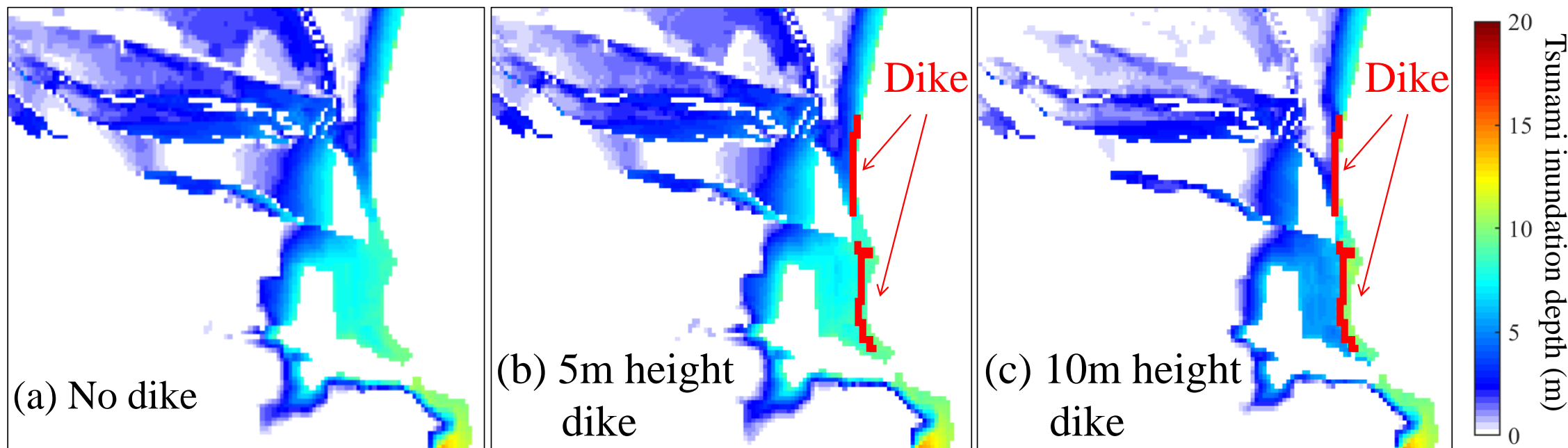
B地点
(内陸部)



津波浸水深の不確定性に特に大きな影響を及ぼす、**波源の滑り分布のランダム性**と**津波襲来時の防潮堤高さの不確定性**を考慮し、確率論的津波浸水評価を効率化する手法を提案することを目的とした。

1. **ランダムな津波波源の滑り分布 (Goda et al., 2016) の計算数を、浸水分布のモード分解の結果を考慮して、削減する。**
2. **削減した津波波源の滑り分布を用いて浸水計算し、防潮堤高さの不確定性を考慮した確率論的浸水評価を実施する。**

- 対象地域の沿岸に10mの防潮堤を想定し，各Mw・20個の波源に対する浸水分布を計算
- 各ケースで，10m，および，5mの高さの防潮堤，防潮堤なしを想定した浸水分布を計算（合計で $20 \times 3 = 60$ ケース）．防潮堤は沿岸部の標高を変更することで簡易的に設定



防潮堤の設置による浸水深分布の変化。赤色の線が防潮堤の位置を意味する。

(a)防潮堤を設置しない場合、(b)5mの防潮堤を設置する場合、(c)10mの防潮堤を設置する場合。

- ある解析ケース j の浸水深データ x_j は、以下で表されるため、あるケースのデータベクトル x_j は左特異ベクトル u_k と係数 α_{jk} の線形和で表すことが可能

$$X_0 = U\Sigma V^t$$

$$x_j = \sum_{k=1}^n u_k (\lambda_k v_{kj}^T) = \sum_{k=1}^n (\lambda_k v_{jk}) u_k = \sum_{k=1}^n (\alpha_{jk}) u_k$$

α_{jk} : モード k に対する第 j ケースの係数
 n : 解析ケース数

- 左特異ベクトル u_k を保持し、係数 α_{jk} を、各パラメータに確率分布を考えて、モンテカルロ計算することで、浸水深のサンプル x_j を合成

各モードに対応する係数 α_{jk} の応答曲面

- 係数 α_{jk} はガウス過程を用いたベイズ推定の手法によりその分布を推定 (ガウス過程回帰)

観測値 \mathbf{f} と予測値 \mathbf{f}_* の同時分布

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{f}_* \end{bmatrix} \sim N\left(0, \begin{bmatrix} \boldsymbol{\kappa}(X, X) & \boldsymbol{\kappa}(X, X_*) \\ \boldsymbol{\kappa}(X_*, X) & \boldsymbol{\kappa}(X_*, X_*) \end{bmatrix}\right)$$



ベイズ理論

観測値 \mathbf{f} が与えられたもとの予測値 \mathbf{f}_* が従う条件付き分布 $\mathbf{f}_* | \mathbf{f}$ (事後分布)

$$\mathbf{f}_* | \mathbf{f} \sim N(\mathbf{m}_*, \mathbf{V}_*)$$

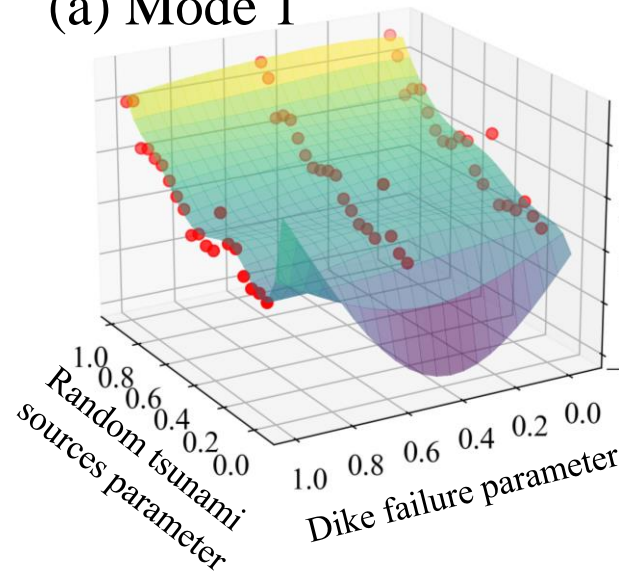
$$\mathbf{m}_* = \boldsymbol{\kappa}(X, X_*)^T \boldsymbol{\kappa}(X, X)^{-1} \mathbf{f}$$

$$\mathbf{V}_* = \boldsymbol{\kappa}(X_*, X_*) - \boldsymbol{\kappa}(X, X_*)^T \boldsymbol{\kappa}(X, X)^{-1} \boldsymbol{\kappa}(X, X_*)$$

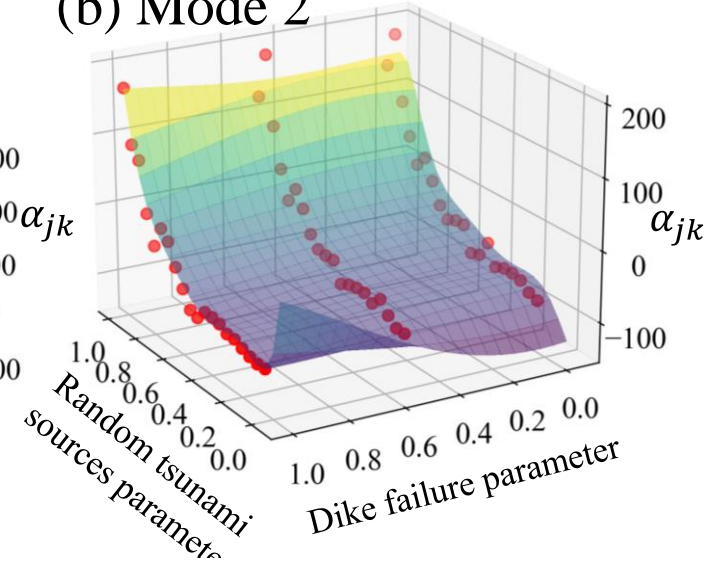
Gaussian Kernel (ガウシアンカーネル)

$$\boldsymbol{\kappa}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp\left(-\frac{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^T (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}{\sigma^2}\right)$$

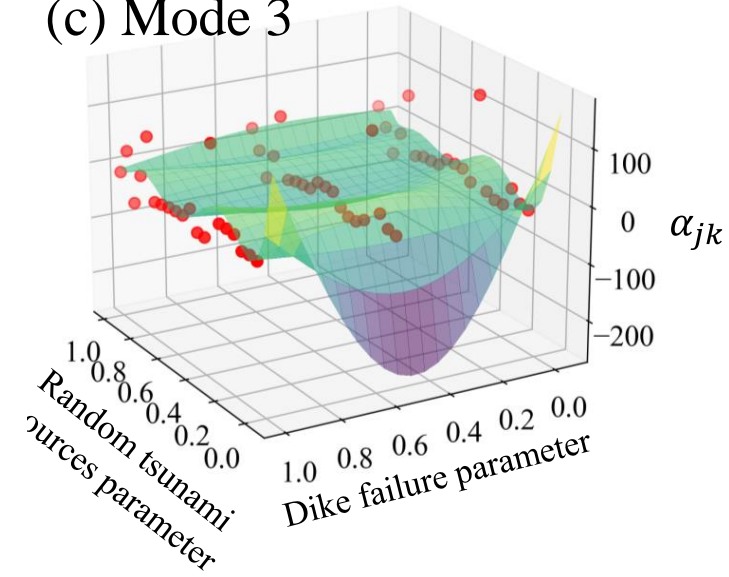
(a) Mode 1



(b) Mode 2

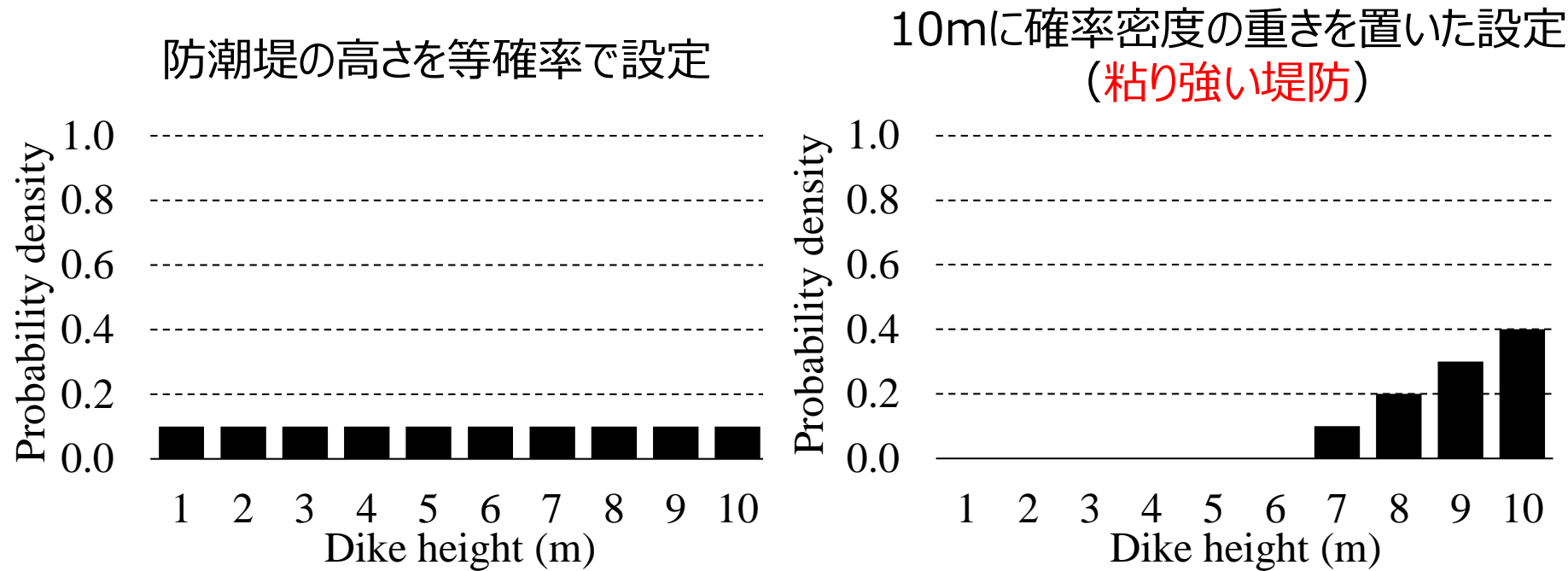


(c) Mode 3



第1モードから第3モードに対する係数 α_{jk} の推定例。曲面が平均値 \mathbf{m}_* 。赤点が津波数値計算から得られた係数 α_{jk} 。

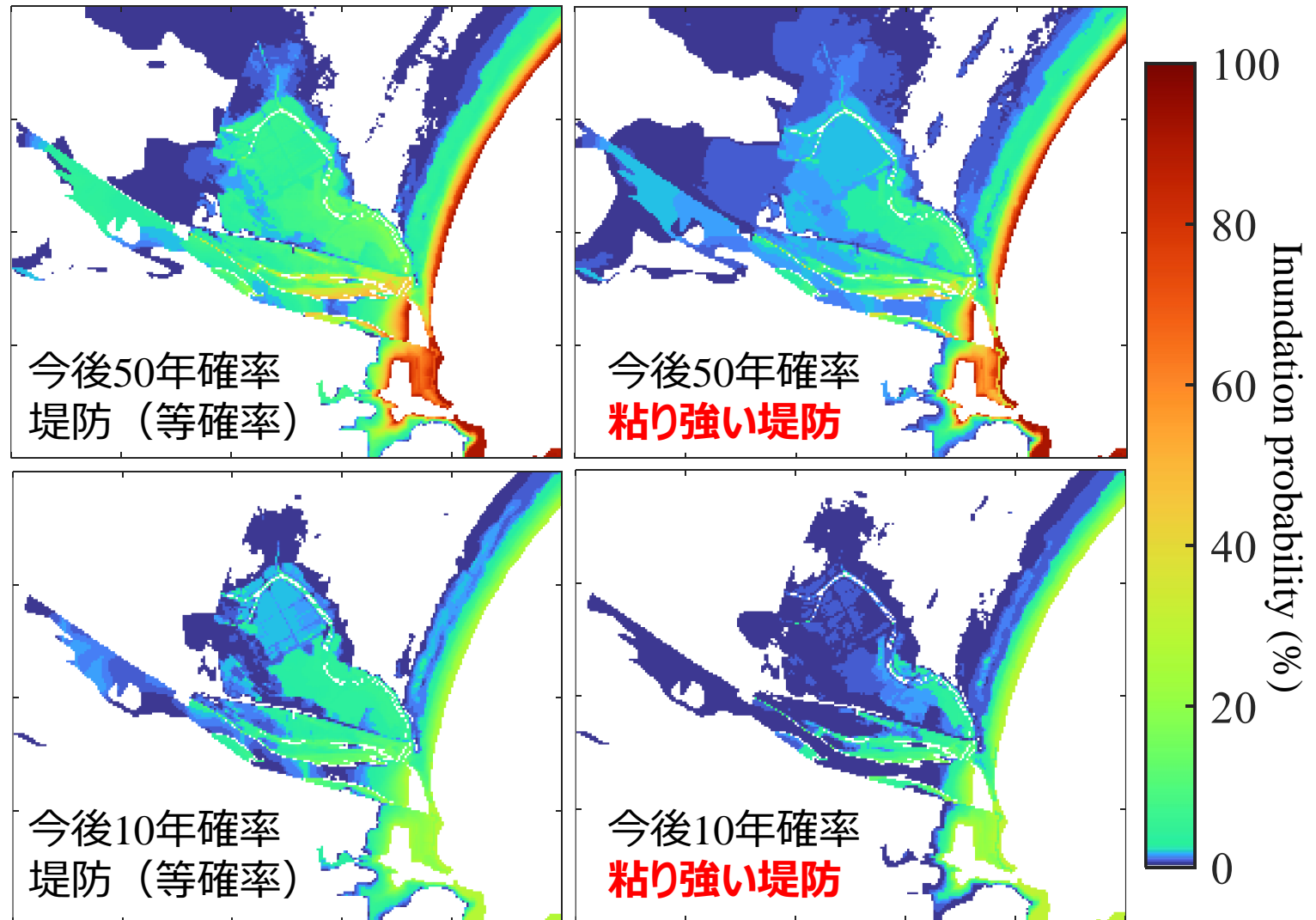
- 地震動や液状化，津波による防潮堤破壊の不確定性を考慮するため，防潮堤の高さに確率密度を与えて評価
- 防潮堤の高さ0m~10mまでの確率密度を設定



※左図と比較して，右図は「**粘り強い堤防**」が設置されていることを想定して評価することを意味する。

- 想定する南海トラフ巨大地震の発生確率として、発生確率が非定常なBPT分布を適用
- 1年毎に地震の発生可否を判定し、今後50年、および、10年分の計算を1000セット行うモンテカルロシミュレーションを実施し、確率論的に津波浸水分布を評価
- ランダムな津波波源と堤防の破堤確率を考慮し、計算コストを抑えた確率論的津波遡上評価を実施することができた

浸水深が1m以上になる確率の平面分布



- 今回の研究対象領域では、津波浸水分布のモード分解をすることで、浸水計算をする際に必要なランダムな津波波源の数を、5分の1まで低減し、確率論的津波浸水評価の計算コストを大幅に減らすことができた。
- 断層滑り分布の不確定性に加え、防潮堤破壊の不確定性を確率密度で与えることで、最終的に確率論的津波浸水分布を評価した。

【Preprint】 Yo Fukutani, Tomohiro Yasuda, Ryoichi Yamanaka (2022) Efficient probabilistic tsunami inundation prediction considering random tsunami sources and failure probability of seawalls, Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-1782522/v1>.

ご清聴ありがとうございました。