KANTO GAKUIN UNIVERSITY

2020/12/18
第10 回巨大津波災害に関する合同研究集会

モード分解を用いた確率論的津波遡上評価
ー鎌倉市でのケーススタディー

福谷　陽[1]・森口周二[2]・寺田賢二郎[2]

[1] 関東学院大学理工学部
[2] 東北大学災害科学国際研究所

研究背景・目的

- 確率論的津波ハザード評価(PTHA)は、L1/L2津波の想定、原子力安全、保険・不動産分野のリスク評価、防災まちづくり計画などのために利用される。
- しかしながら、**<u>陸域の津波ハザード（浸水深や流速など）の考え得る頻度分布を計算するには、多大な計算負荷がかかる</u>**。

確率論的津波ハザード評価の研究として、例えば、以下などがある。

- 多数の津波計算（土木学会(2002), Løvholt et al. (2012) etc.)
- ロジックツリーアプローチ（Annaka et al. (2006), 土木学会(2011, 2016), 杉野ら(2014)、Fukutani et al. (2015)、地震調査研究推進本部(2020) etc.）
- ランダムフェーズモデル(Goda et al. (2014), 安田ら（2016）, Miyashita et al.（2020))
- KL展開法（LeVeque et al. (2016), Sepulveda et al. (2017) etc.)

何れも、数百～数千ケース程度の地震断層を想定するため、多大な計算負荷

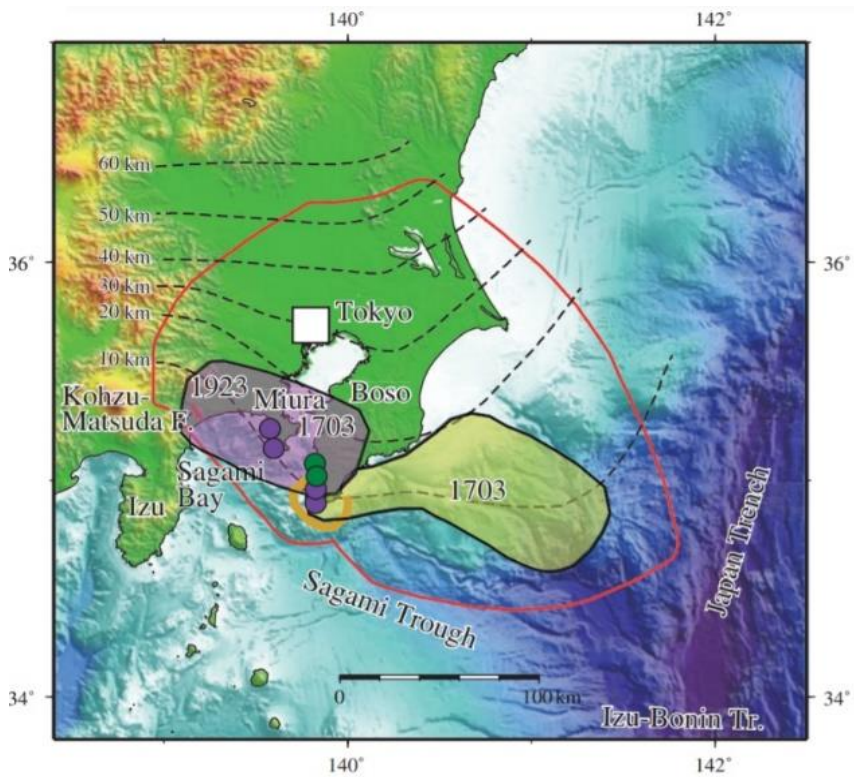
※想定断層、潮位、海底・陸上地形などの状況が変化すれば、再計算する必要が出てくる可能性もある

【研究目的】

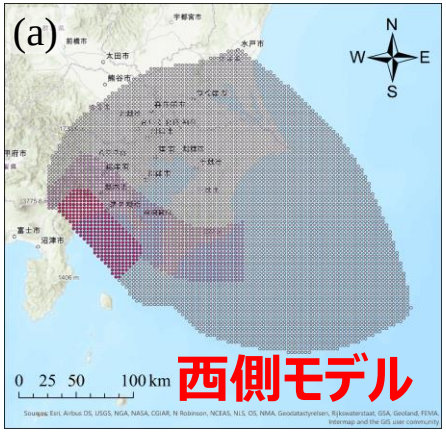
<u>津波数値解析と固有直交分解（特異値分解）</u>の手法を用いて**<u>浸水深分布の空間相関モードの特性を評価し、計算負荷を抑えつつ、地震断層の切迫性を考慮した確率論的津波ハザード評価を実施する。</u>**

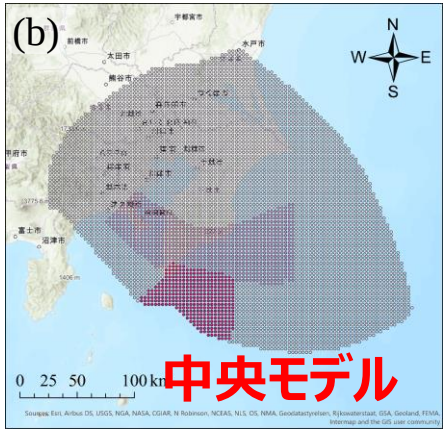
対象地震（想定津波波源）

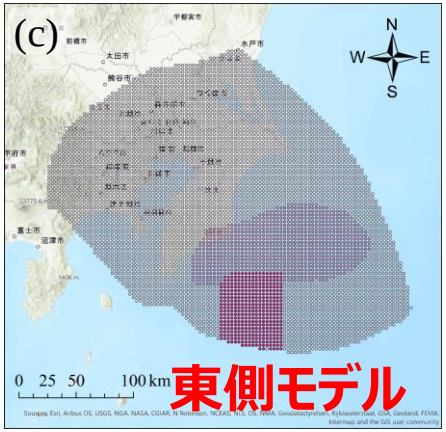
- 首都直下地震モデル検討会（2014)の**「相模トラフ沿いの海溝型巨大地震」（Mw8.7）の３パターン**とした.
- 地震調査研究推進本部の津波レシピを参考に断層全体のMw8.7を満足させるように，**超大滑り域（23.5m)，大滑り域(11.7m)，背景領域(1.94m)の3段階滑りをもつ断層を３つ作成**

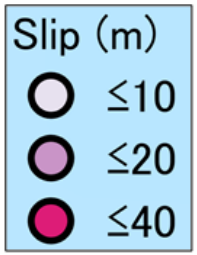


相模トラフ巨大地震（Satake, K. (2015)より抜粋）









相模トラフ沿いの海溝型地震のすべり量分布(m)

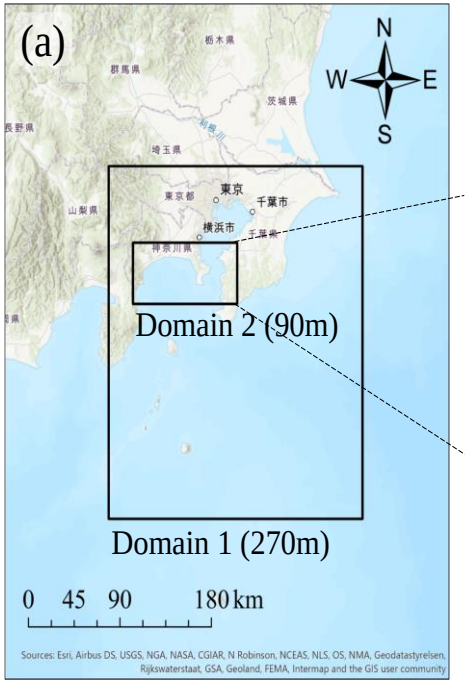
津波数値計算

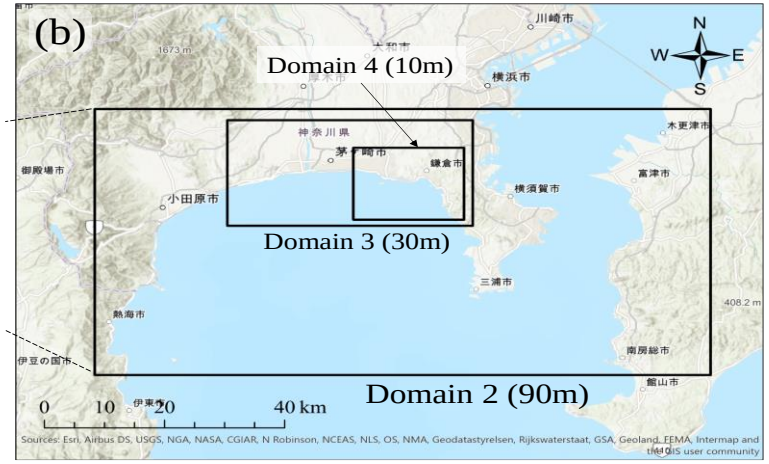
■ 断層パラメータから、Okada(1985)の式を用いて津波の初期水位を求め，下記の条件で地震発生から3時間分の津波数値計算を行った.

津波数値計算条件

支配方程式 （東北大学TUNAMI-N2モデル）	2次元非線形長波方程式 $\frac{\partial \eta}{\partial t}+\frac{\partial M}{\partial x}+\frac{\partial N}{\partial y}=0$ $\frac{\partial M}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{M^2}{D}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{MN}{D}\right]+gD\frac{\partial \eta}{\partial x}+\frac{gn^2}{D^{7/3}}M\sqrt{M^2+N^2}=0$ $\frac{\partial N}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{MN}{D}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{N^2}{D}\right]+gD\frac{\partial \eta}{\partial y}+\frac{gn^2}{D^{7/3}}N\sqrt{M^2+N^2}=0$
数値積分法	Staggered-leap frog法
初期条件	断層パラメータからOkada(1985)の式で評価した初期水位
境界条件	開放条件
座標系	平面直角座標IX系
潮位設定	T.P. +0.9 m （神奈川県津波想定設定潮位）
メッシュサイズ (ΔxΔy	270 m → 90 m → 30 m → 10 m

津波数値計算領域

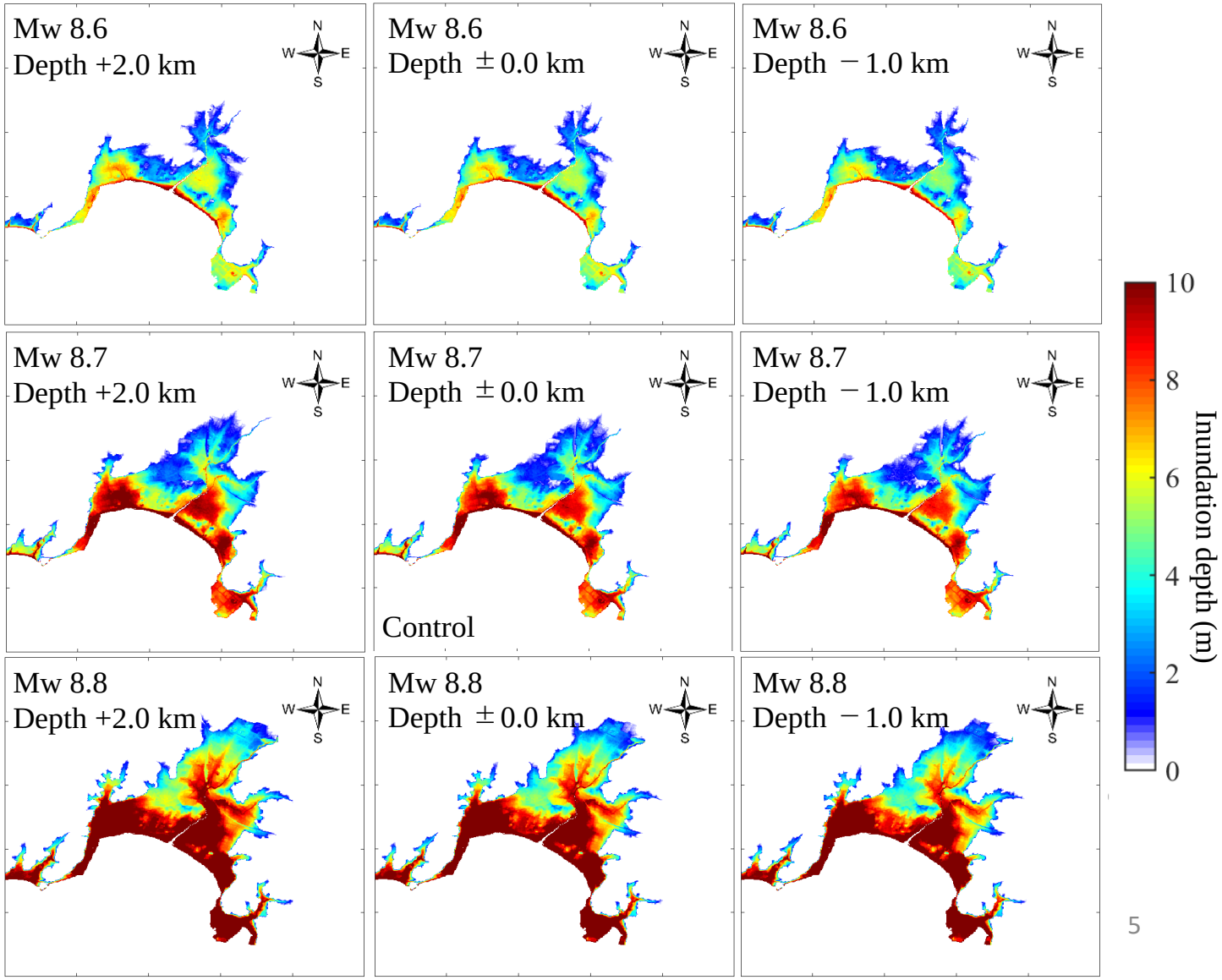




地震断層の不確実性

■ 各断層の不確実性として、**断層のすべり量（Mw 8.7±0.1）と断層深さ(+2km, ±0km, -1km)**の変化を考慮 → ３×３＝**９ケース**の津波数値計算を実施

西側モデルの計算結果（鎌倉市）

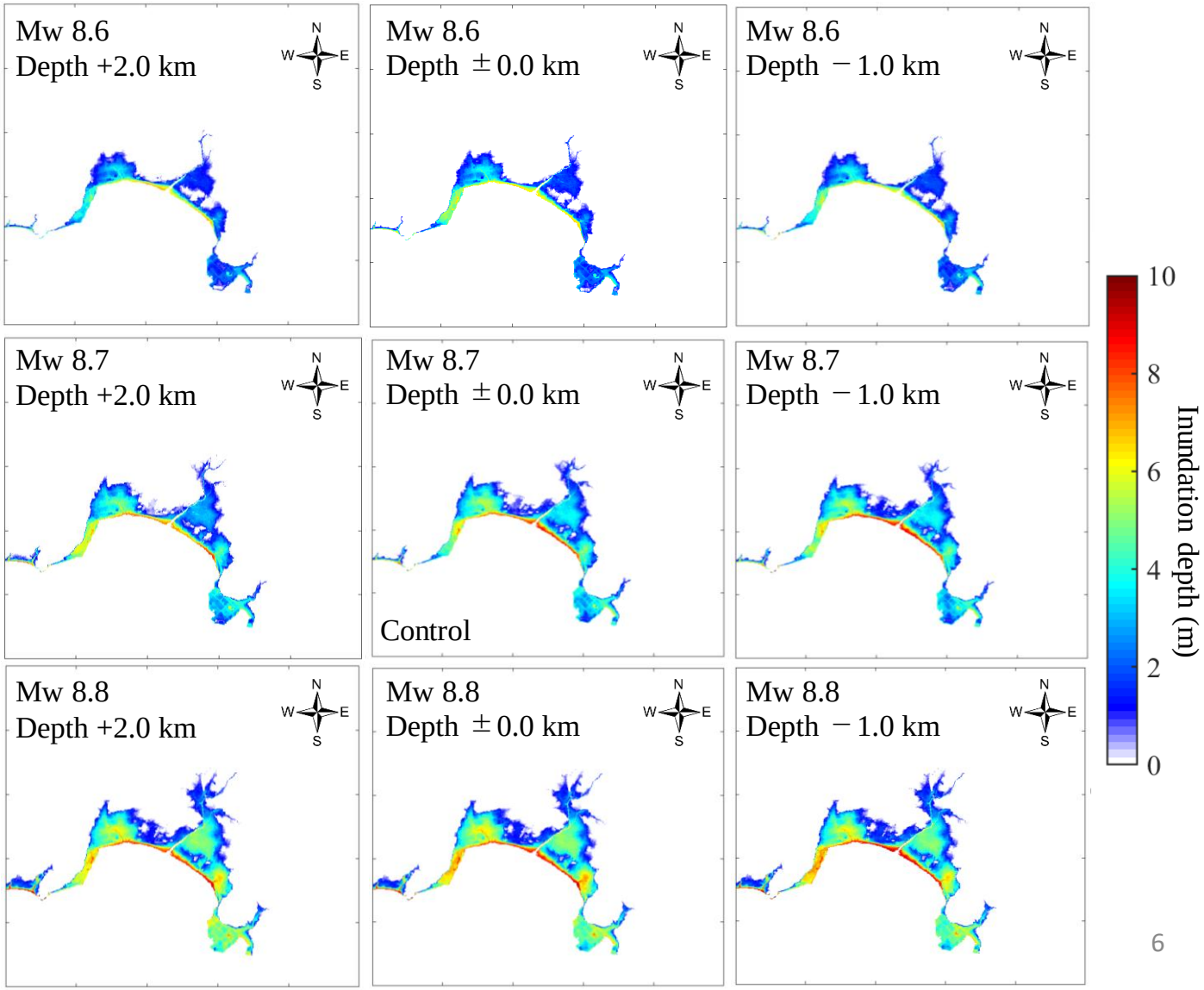


全２７ケースの計算

地震断層の不確実性

■ 各断層の不確実性として、**断層のすべり量（Mw 8.7±0.1）と断層深さ(+2km, ±0km, -1km)**の変化を考慮 → ３×３＝**９ケース**の津波数値計算を実施

中央モデルの計算結果（鎌倉市）

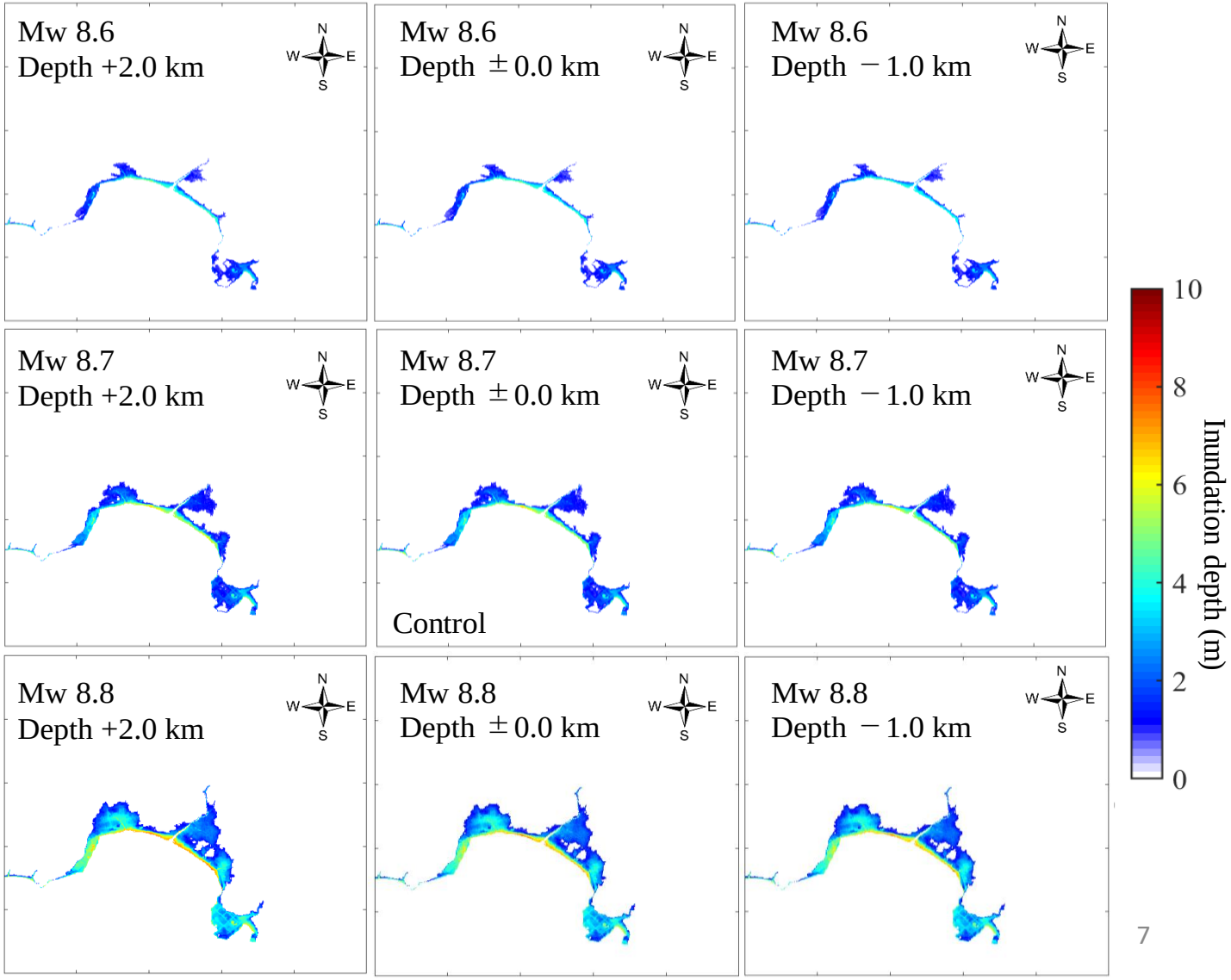


全２７ケースの計算

地震断層の不確実性

■ 各断層の不確実性として、**断層のすべり量（Mw 8.7±0.1）と断層深さ(+2km, ±0km, -1km)**の変化を考慮 → 3×3＝**9ケース**の津波数値計算を実施

東側モデルの計算結果（鎌倉市）



全２７ケースの計算

浸水深分布の固有モード抽出（特異値分解）

■ 浸水深の空間分布（行方向）と解析ケース（列方向）の**データ行列X**を作成

$$\boldsymbol{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{x_{11}} & \cdots & \boldsymbol{x_{1n}} \\ & \ddots & \\ \boldsymbol{x_{m1}} & \cdots & \boldsymbol{x_{mn}} \end{bmatrix}}_{\text{n次元（解析ケース数）} = 27} \left.\vphantom{\begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix}}\right\} \text{m次元（空間メッシュ数）} = 301\times401 = 120701$$

■ データ行列Xを**特異値分解**して、浸水深の**固有モード抽出**

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{U\Sigma V^t}$$

左特異ベクトルU
（分散共分散行列$X^{\mathrm{t}}\,X$の基底）

$$\boldsymbol{U} = \begin{bmatrix} | & & | \\ \boldsymbol{u_1} & \cdots & \boldsymbol{u_n} \\ | & & | \end{bmatrix}$$

特異値

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_n \end{bmatrix}$$

右特異ベクトルV
（内積XX^{t}の基底）

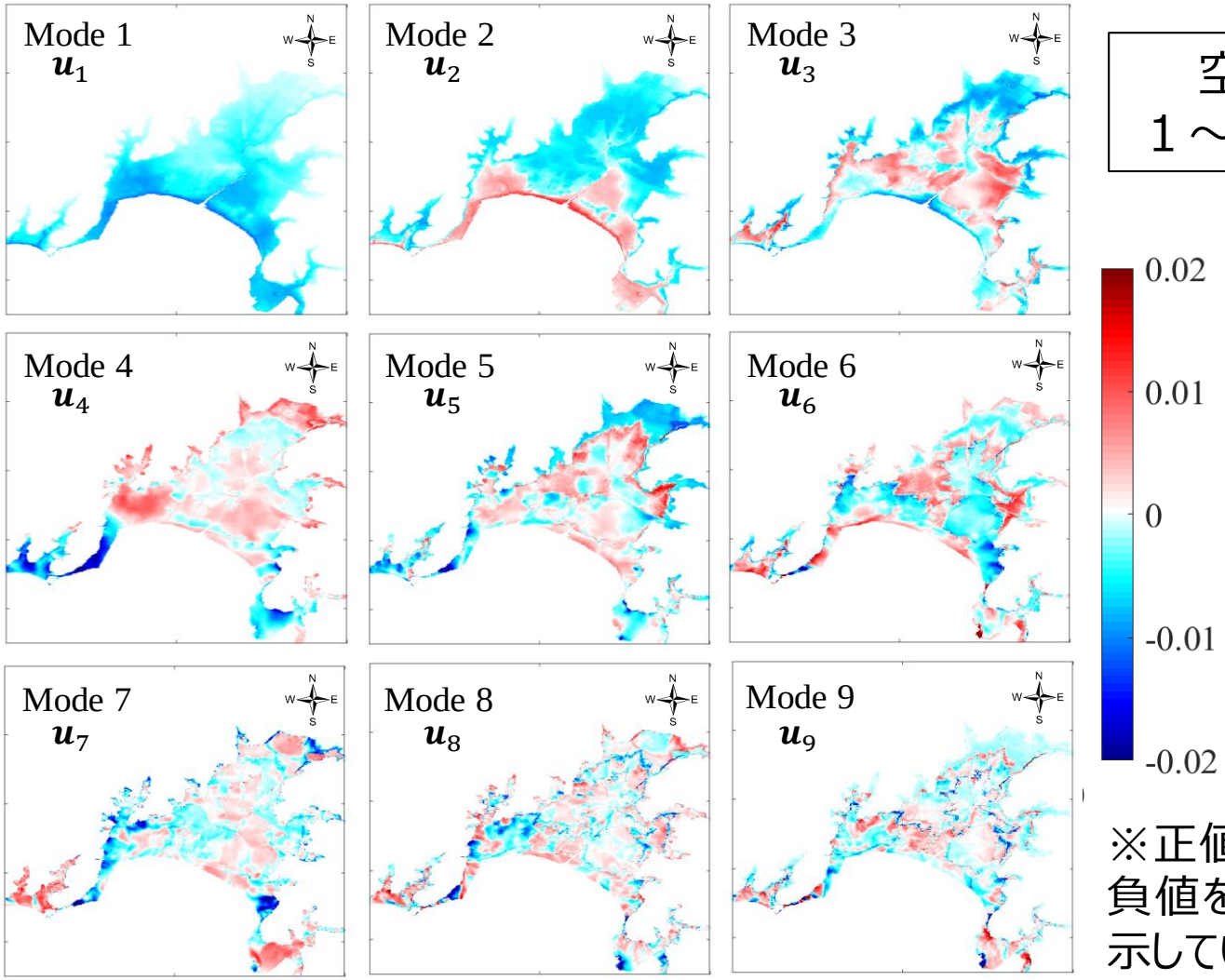
$$\boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} — & \boldsymbol{v_1} & — \\ & \vdots & \\ — & \boldsymbol{v_n} & — \end{bmatrix}$$

■ 分散共分散行列$X^{\mathrm{t}}\,X$との関係から，浸水データの**メッシュ間の空間相関に関する情報は，左特異ベクトルUと特異値Σに集約**

抽出された固有モード（左特異ベクトル$\boldsymbol{u}_k$）

■ 同符号のメッシュ間で正の相関，異符号のメッシュ間で負の相関を表現している．

左特異ベクトル$\boldsymbol{U}$を構成する$\boldsymbol{u}_j(j=1,\ldots,9)$の空間分布（空間モード）



空間モード
１～９のみ図示

※正値を赤色，負値を青色で示している．

代理モデルの構築

■ ある解析ケースj の浸水深データ$\boldsymbol{x}_j$ は、以下で表される。

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{U\Sigma V}^{\boldsymbol{t}}$$

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} | & \cdots & | \\ \boldsymbol{x}_1 & \cdots & \boldsymbol{x}_j \\ | & \cdots & | \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} | & \cdots & | \\ \boldsymbol{u}_1 & \cdots & \boldsymbol{u}_j \\ | & \cdots & | \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\lambda}_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \boldsymbol{\lambda}_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} - & \boldsymbol{v}_1 & - \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ - & \boldsymbol{v}_j & - \end{pmatrix}^T$$

$$\boldsymbol{x}_j = \sum_{k=1}^{n} \boldsymbol{u}_k (\lambda_k v_{kj}^T) = \sum_{k=1}^{n} (\lambda_k v_{jk}) \boldsymbol{u}_k = \boxed{\sum_{k=1}^{n} (\alpha_{jk}) \boldsymbol{u}_k}$$

α_{jk} : モードkに対する第jケースの係数
n : 解析ケース数（n=27）

■ あるケースのデータベクトル$\boldsymbol{x}_j$は左特異ベクトル$\boldsymbol{u}_k$と係数α_{jk}の線形和で表すことが可能
■ 左特異ベクトル$\boldsymbol{u}_k$を保持し、係数α_{jk}を、断層パラメータの不確実性を考慮したモンテカルロ計算で与えることで，水深係数のサンプルベクトル$\boldsymbol{x}_j$を合成

各モードに対応する係数α_{jk}の応答曲面（2変数の場合）

■ 係数α_{jk}は，ガウス過程を用いたベイズ推定の手法によりその分布を推定した．

Gaussian Kernel（ガウシアンカーネル）

$$\boldsymbol{\kappa}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j) = \exp\left(-\frac{(\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_j)^T(\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_j)}{\sigma^2}\right)$$

観測値 $\mathbf{f}$ と予測値 $\mathbf{f}_*$ の同時分布

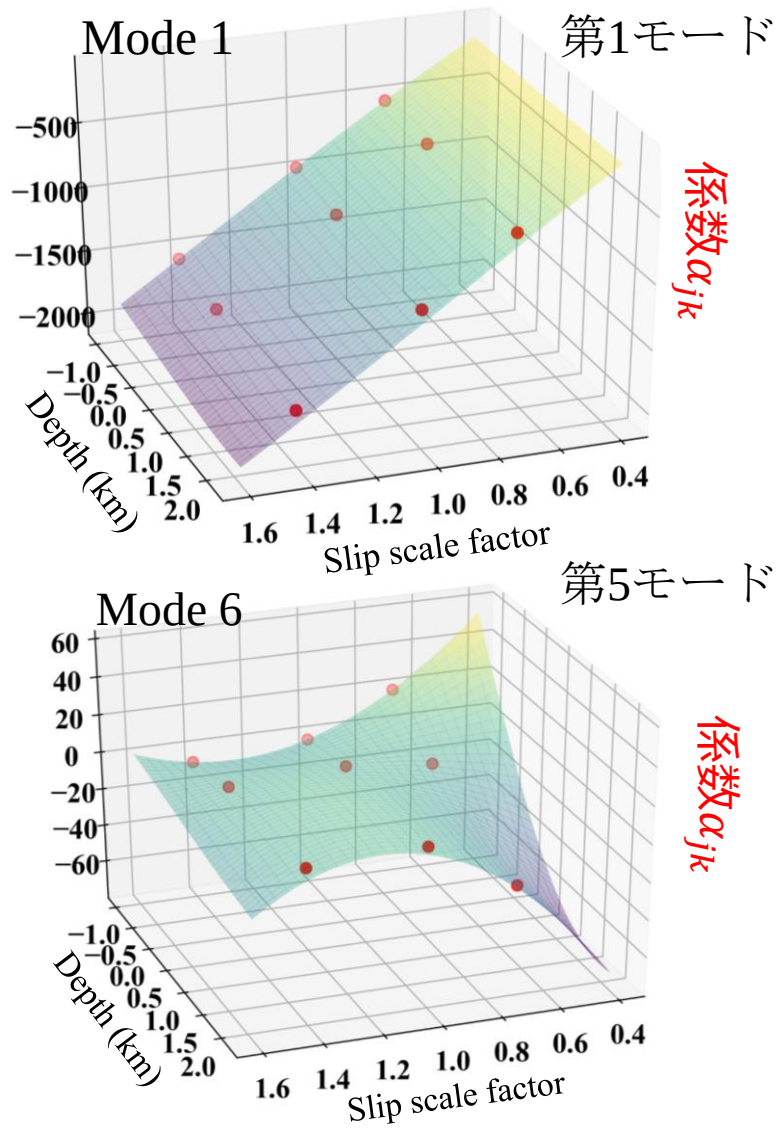
$$\begin{bmatrix}\mathbf{f}\\ \mathbf{f}_*\end{bmatrix} \sim N\left(0, \begin{bmatrix}\boldsymbol{\kappa}(X,X) & \boldsymbol{\kappa}(X,X_*)\\ \boldsymbol{\kappa}(X_*,X) & \boldsymbol{\kappa}(X_*,X_*)\end{bmatrix}\right)$$

ベイズ理論

観測値 $\mathbf{f}$ が与えられたもとでの予測値 $\mathbf{f}_*$ が従う条件付き分布 $\mathbf{f}_*|\mathbf{f}$（事後分布）

$$\mathbf{f}_*|\mathbf{f} \sim N(\boldsymbol{m}_*, \boldsymbol{V}_*)$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{m}_* = \boldsymbol{\kappa}(X,X_*)^T\boldsymbol{\kappa}(X,X)^{-1}\,\mathbf{f}\\ \boldsymbol{V}_* = \boldsymbol{\kappa}(X_*,X_*) - \boldsymbol{\kappa}(X,X_*)^T\boldsymbol{\kappa}(X,X)^{-1}\boldsymbol{\kappa}(X,X_*)\end{cases}$$



(a)第1モード，(b)第5モードに対する係数α_{jk}の推定例．曲面が平均値$\boldsymbol{m}_*$を表す．赤点が津波数値計算の結果．

すべり量・断層深さ・すべり分布の確率分布の設定

変数	平均	標準偏差	分布形状	ばらつきの根拠
すべり量の倍率 ***S*** [倍]	1.00	0.35	対数正規分布	原子力土木委員会津波評価部会(2011)によれば、**断層面積の同じ既往地震を考慮するとMwは±0.1程度**、ばらつくと示唆。このときすべり量の変動幅は70～140%程度となる。
断層深さ ***D*** [km]	0.00	2.0	正規分布	首都直下地震防災・減災特別プロジェクト(2012)の**フィリピン海プレート上端の深さを評価した研究成果から数km程度の標準偏差があると判断**
すべり分布 ***A***	-1.0～1.0までの一様分布			**西側モデル：-1** **中央モデル：0** **東側モデル：1**

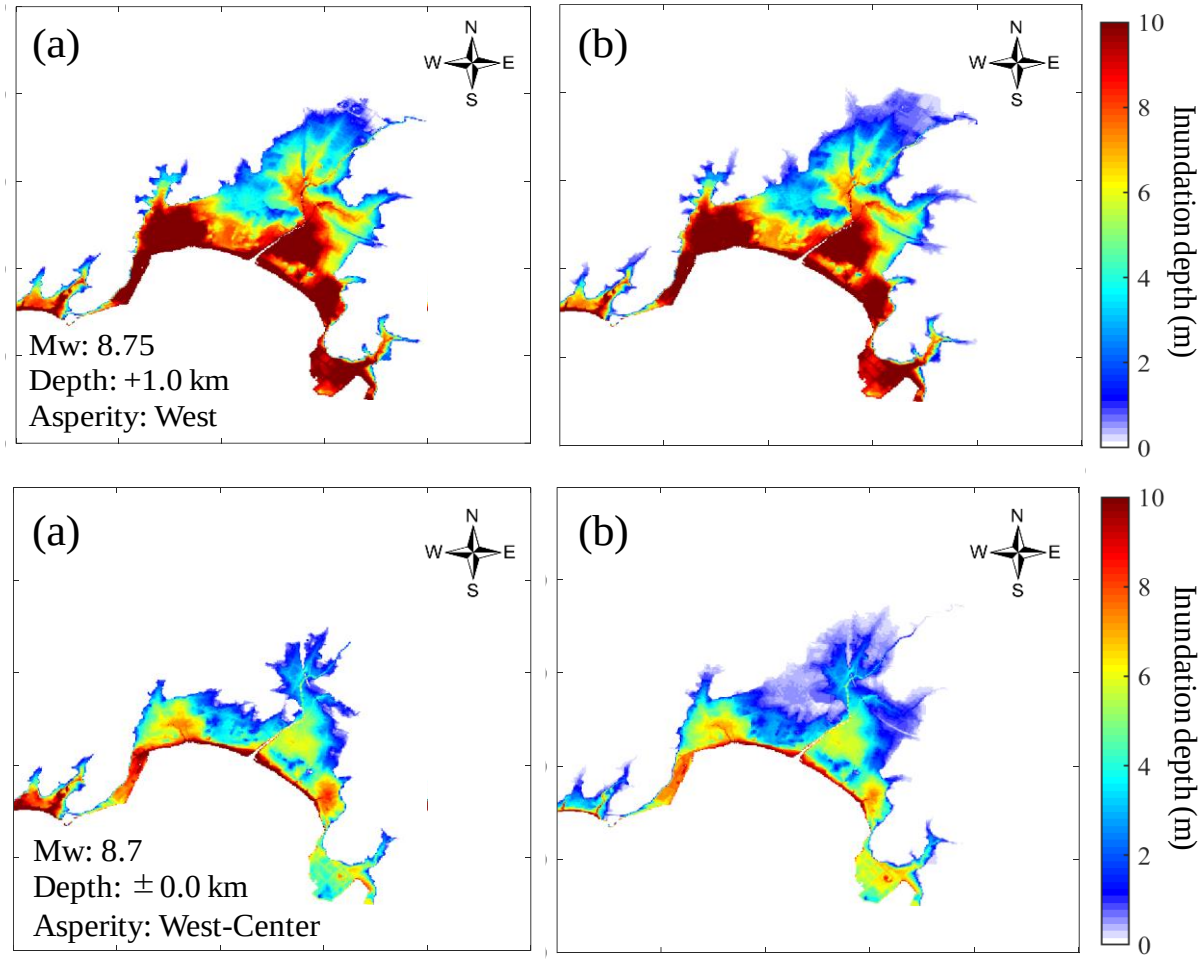
津波数値計算と代理モデルの結果比較

■ 入力パラメータ（すべり量、断層深さ）の確率分布を入力値として係数α_{jk}を推定、各モードの線形和から**空間相関を考慮した水深係数分布のサンプルを多数生成可能**

■ **初めの２７ケースとは違う設定のケース**で津波数値計算と代理モデルの結果を比較

■ 代理モデルと津波数値計算の結果は、比較的良い一致を示した。

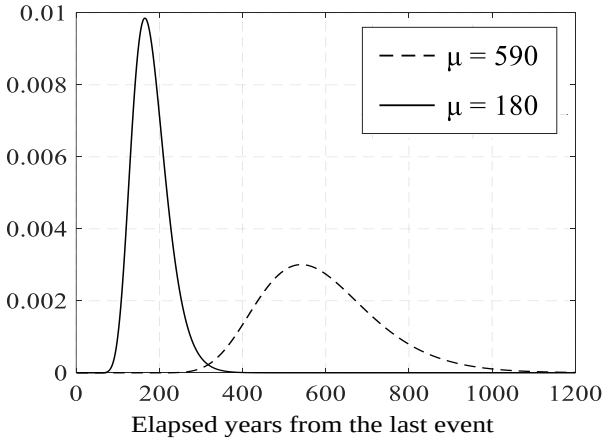
津波数値計算の結果　　代理モデルの結果



確率論的津波ハザード評価

■ **時間依存した相模トラフ巨大地震の発生確率モデル（BPT分布）**を取り入れて、**10,000回のモンテカルロ計算**により、確率論的津波ハザード評価を実施

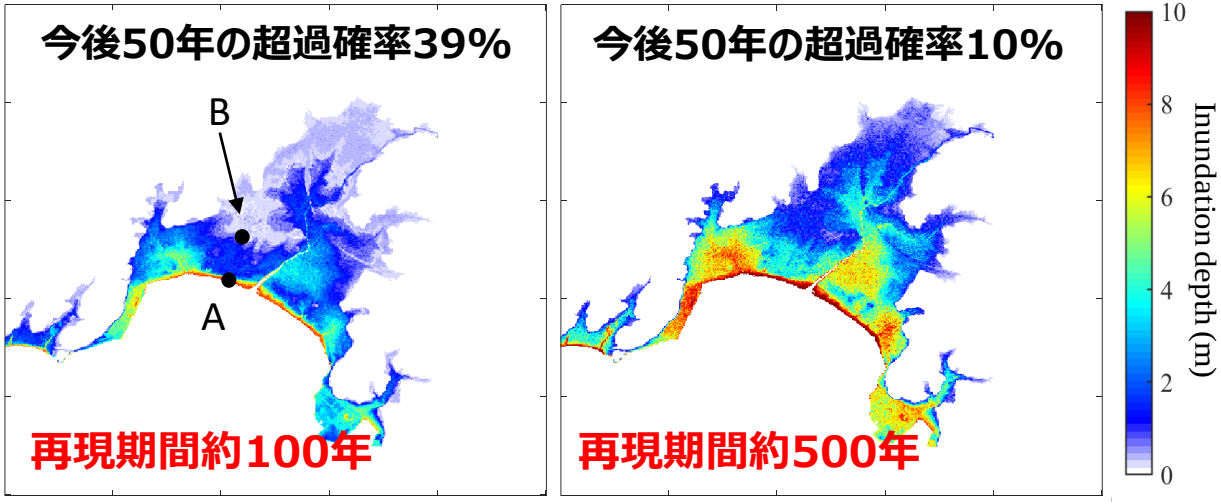
Brownian Passage Time (BPT) Distribution



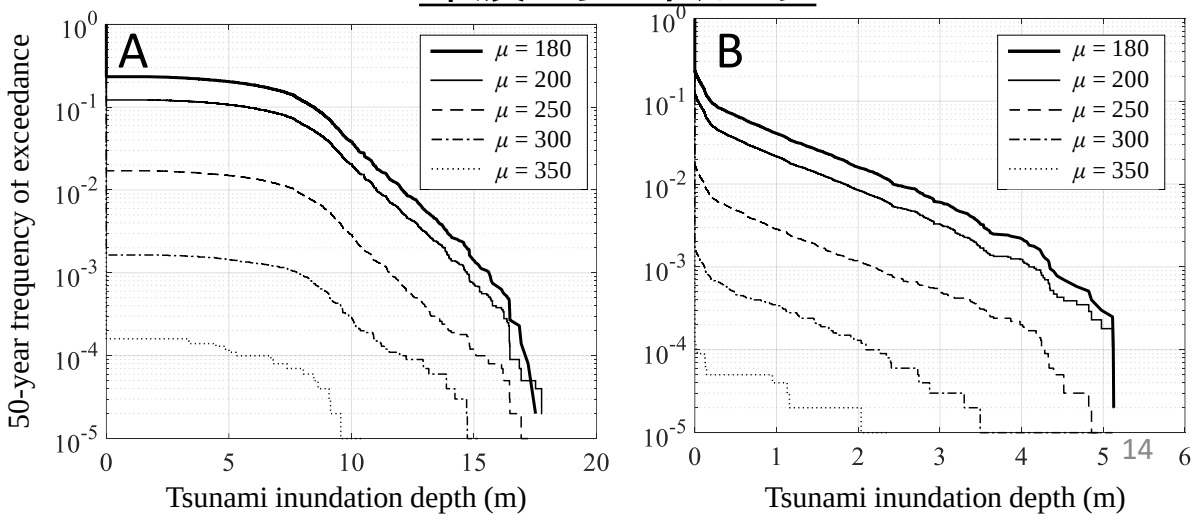
$$P(t) = \sqrt{\frac{\mu}{2\pi\alpha^2 t^3}}\, exp\left(-\frac{(t-\mu)^2}{2\mu\alpha^2 t}\right)$$

- t：最新の地震発生からの経過時間
- μ：地震発生間隔の平均値
- α：地震発生間隔のばらつき

確率論的津波浸水分布



津波ハザードカーブ



まとめ

本研究で得られた結論を次に示す.

- **Mw、断層深さ、断層すべり分布を各々３ケース変動させた２７ケースの津波浸水深分布**データの**特異値分解**により得られた空間モードと入力パラメータの確率分布を用いて，従来よりも**計算負荷を大幅に軽減した、確率論的津波ハザード評価を実施した**.
- 代理モデルの結果と数値計算の結果は良い一致を示した.
- 地震の発生確率モデルBPT分布を用いて、今後50年の超過確率（長期平均で500年や100年に1回）で発生する津波浸水深分布や津波ハザードカーブを得ることができた.
- 確率論的津波浸水深分布やハザードカーブは、防災まちづくり計画、原子力・保険・不動産分野のリスク評価などのために活用されることが期待される.

ご清聴ありがとうございました。